# FICHE RECAPITULATIVE COURBES $y = f(x)$

**1) Ensemble de définition** : C'est l'ensemble des valeurs de $x$ pour lesquelles on peut calculer $f(x)$. Les principales **opérations interdites** sont :

a) Diviser par 0 : la fonction $y = \frac{1}{x}$ est *définie* sur $\mathbb{R}^* = \mathbb{R} - \{0\} = ]-\infty, 0[\cup]0, +\infty[$.
b) Calculer $\sqrt{x}$ avec $x < 0$ : la fonction $y = \sqrt{x}$ est *définie* sur $[0, +\infty[$.
c) Calculer $\ln x$ avec $x \leq 0$ : la fonction $\ln x$ est *définie* sur $]0, +\infty[$.

**2) Réduction de l'intervalle d'étude** dans trois cas :

a) Si $f$ est *paire*, son graphe est symétrique par rapport à l'axe des $y$ et on étudie ses variations seulement pour les valeurs positives de la variable $x$.

b) Si $f$ est *impaire*, son graphe est symétrique par rapport à l'origine $O$ du repère et on étudie ses variations également pour les valeurs positives de $x$.

c) Si $f$ est *périodique* de période $T$, on étudie ses variations sur un intervalle de longueur $T$, généralement $[0, T]$ ou $\left[-\frac{T}{2}, \frac{T}{2}\right]$.

**3) Tableau de variations :** Le signe de $f'(x)$ donne les variations de $f(x)$. L'étude du signe de $f'(x)$ se fait généralement par *factorisation et tableau de signes*, sachant que :

a) Le trinôme $ax^2 + bx + c$ est du signe de $a$ à l'extérieur de l'intervalle de ses racines $x'$ et $x''$. Il est du signe contraire de $a$ à l'intérieur de l'intervalle de ses racines. Si le trinôme n'a pas de racines réelles, il est du signe de $a$ pour tout $x$ réel.

b) Le signe des expressions trigonométriques s'obtient en utilisant un *cercle trigonométrique.*

**4) Points singuliers :** ce sont les points de la courbe d'abscisse $u$ pour lesquels $f(u)$ est défini, mais pas $f'(u)$. Le coefficient directeur de la tangente en un point singulier s'obtient en calculant $\lim_{x\to u} f'(x)$. Si cette limite est infinie, il y a une *tangente verticale.*

**5) Branches infinies :** pour trouver les asymptotes obliques, on calcule $\displaystyle\lim_{x\to\pm\infty} \frac{f(x)}{x} = a$.
Si $a \neq 0$ et $a \neq \pm\infty$, on calcule ensuite $\lim_{x\to\pm\infty} (f(x) - ax)$.
Si $b \neq \pm\infty$, il y a une *asymptote oblique* d'équation $y = ax + b$.
Si $\displaystyle\lim_{x\to\pm\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$, il y a une branche parabolique de direction $Ox$.
Si $\displaystyle\lim_{x\to\pm\infty} \frac{f(x)}{x} = \pm\infty$, il y a une branche parabolique de direction $Oy$.

**6) Points d'inflexion** : les abscisses des points d'inflexion sont les valeurs de $x$ pour lesquelles la dérivée seconde $f''(x)$ s'annule et change de signe.