FICHE RECAPITULATIVE FORMULES D'ADDITION

1) Les formules d'addition pour le sinus et le cosinus sont à connaître parfaitement :

$$\boxed{\sin(a+b) = \sin a\cos b + \sin b\cos a \ \ , \ \ \cos(a+b) = \cos a\cos b - \sin a\sin b} \tag{1}$$

La formule d'addition pour la fonction tangente s'écrit :

$$\tan(a+b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a\tan b}. \tag{2}$$

Elle peut se retrouver facilement en écrivant $\tan(a+b) = \frac{\sin(a+b)}{\cos(a+b)}$, en appliquant les formules d'addition pour le sinus et le cosinus et finalement en divisant numérateur et dénominateur par $\cos a\cos b$.

2) Formules de duplication : il faut savoir les retrouver rapidement. Elles s'obtiennent en faisant $a = b = x$ dans les formules d'addition. Par exemple, pour le sinus et le cosinus :

$$\boxed{\sin 2x = 2\sin x\cos x \ \ , \ \ \cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x} \tag{3}$$

En utilisant la formule $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$, on peut transformer la formule de $\cos 2x$ en remplaçant, soit $\sin^2 x$ par $1 - \cos^2 x$, soit $\cos^2 x$ par $1 - \sin^2 x$. On obtient **deux autres formules** pour $\cos 2x$:

$$\boxed{\cos 2x = 2\cos^2 x - 1 \ \ , \ \ \cos 2x = 1 - 2\sin^2 x} \tag{4}$$

3) Linéarisation de $\sin^2 x$ et $\cos^2 x$: **à savoir retrouver** à partir de (4) :

$$\boxed{\sin^2 x = \frac{1}{2}(1 - \cos 2x) \ \ , \ \ \cos^2 x = \frac{1}{2}(1 + \cos 2x)} \tag{5}$$

4) Transformation de produits en sommes : pour **retrouver** rapidement la formule $\sin a\cos b$, on écrit les formules d'addition du sinus en remplaçant b par $-b$:

$$\sin(a+b) = \sin a\cos b + \sin b\cos a \ \ (6) \ \ , \quad \sin(a-b) = \sin a\cos b - \sin b\cos a \ \ (7)\,.$$

En additionnant (6) et (7), on obtient $\sin a\cos b = \frac{1}{2}\left[\sin(a+b) + \sin(a-b)\right]$.
Pour **retrouver** rapidement les formules $\cos a\cos b$ et $\sin a\sin b$, on écrit les formules d'addition du cosinus en remplaçant b par $-b$:

$$\cos(a+b) = \cos a\cos b - \sin a\sin b \ \ (8) \ \ , \quad \cos(a-b) = \cos a\cos b + \sin a\cos b \ \ (9)\,.$$

En additionnant (8) et (9), on obtient $\cos a\cos b = \frac{1}{2}\left[\cos(a+b) + \cos(a-b)\right]$.
En soustrayant (8) et (9), on obtient $\sin a\sin b = \frac{1}{2}\left[\cos(a-b) - \cos(a+b)\right]$.

5) Transformation de sommes en produits : elles se **retrouvent** à partir des formules d'addition. On peut utiliser le fait que

$$p = \frac{p+q}{2} + \frac{p-q}{2} \quad \text{et} \quad q = \frac{p+q}{2} - \frac{p-q}{2}.$$

On obtient ainsi :

$$\begin{cases} \sin p + \sin q = 2\sin\dfrac{p+q}{2}\cos\dfrac{p-q}{2} \\ \cos p + \cos q = 2\cos\dfrac{p+q}{2}\cos\dfrac{p-q}{2} \\ \cos p - \cos q = -2\sin\dfrac{p+q}{2}\sin\dfrac{p-q}{2} \end{cases}$$