

Avant-propos

Cet ouvrage couvre les programmes de mathématiques des classes préparatoires de première année MPSI-MP2I, PCSI et PTSI. Les objectifs de la formation mathématique dans ces classes sont précisés comme suit dans les programmes officiels :

En classe préparatoire scientifique, les mathématiques constituent conjointement une discipline scientifique à part entière, développant des concepts, des résultats, des méthodes et une démarche spécifiques, et une discipline fournissant des connaissances et des méthodes nécessaires aux autres disciplines scientifiques.

La formation est conçue en fonction de quatre objectifs essentiels :

- 1) Fournir un solide bagage de connaissances, de concepts et de méthodes.*
- 2) Exploiter toute la richesse de la démarche mathématique : analyser un problème, expérimenter sur des exemples, formuler une conjecture, élaborer et mettre en œuvre des concepts et des résultats théoriques, rédiger une solution rigoureuse, contrôler les résultats obtenus et évaluer la pertinence des concepts et des résultats au regard du problème posé.*
- 3) Développer l'intuition, l'imagination, le raisonnement et la rigueur.*
- 4) Promouvoir la réflexion personnelle des étudiantes et étudiants sur les problèmes et les phénomènes mathématiques, sur la portée des concepts, des hypothèses, des résultats et des méthodes, au moyen d'exemples et de contre-exemples ; développer ainsi une attitude de questionnement et de recherche.*

La réalisation de ces objectifs est du ressort des professeurs de mathématiques en classe préparatoire scientifique. Leur rôle est évidemment central et irremplaçable. Un livre de mathématiques destiné à ces classes vient donc en complément du cours, des séances d'exercices et des travaux dirigés suivis par les étudiantes et étudiants en présence de leurs professeurs. Ces considérations nous ont conduit à rédiger cet ouvrage avec (nous aussi) quatre objectifs principaux en vue.

Premier objectif : Proposer un cours *simple* et *concis*, abondamment illustré de *figures* et d'*exemples*. Nous avons systématiquement essayé d'adopter une présentation directe, visant à l'essentiel. Les *connaissances basiques à maîtriser* sont clairement indiquées par des lettres A, B, C, etc, au début de chaque chapitre. Cette présentation par objectifs nous a été suggérée par le *programme de mathématiques pour l'ingénieur européen*, élaboré par la commission mathématique de la SEFI (Société Européenne des Formations d'Ingénieurs). Une telle présentation est de nature à *faciliter le travail* des étudiantes et étudiants, en leur indiquant ce qu'il est essentiel de savoir et de savoir faire. Les concepts plus théoriques et parfois difficiles des programmes sont présentés de manière séparée, généralement précédés de la mention *Compléments*.

Deuxième objectif : Compléter ce cours par de *nombreux exercices entièrement corrigés*, permettant de le comprendre et le dominer. Ils sont classés en trois catégories :

- Les *basiques* permettent une *première assimilation* des notions mathématiques introduites dans le chapitre correspondant. Ce sont des exercices que les étudiantes et

étudiants doivent savoir résoudre après les avoir étudiés. Les objectifs visés par les exercices basiques sont indiqués entre parenthèses et renvoient aux objectifs A, B, C, etc, qui figurent au début du chapitre.

- Les *techniques* sont conçus dans un but d'*approfondissement*. Ils sont un peu plus difficiles et peuvent parfois faire appel à des notions étudiées dans un autre chapitre, ou porter sur des points plus marginaux du chapitre dans lequel ils figurent.

- Les *exotiques ou olympiques* sont des exercices plutôt originaux ou difficiles, destinés à celles et ceux qui apprécient particulièrement de *chercher* et de se mesurer à des difficultés mathématiques. Ils ne sont pas strictement indispensables à la compréhension et à l'assimilation des notions du programme.

Troisième objectif : Porter une grande attention aux *applications des mathématiques* dans les autres disciplines scientifiques. C'est ainsi que notre façon de traiter les exponentielles complexes, le calcul différentiel et intégral et les équations différentielles, par exemple, laisse une large place au point de vue de la physique. En outre, nous présentons brièvement, sans développement théorique, certains des *outils mathématiques* recensés dans les programmes de physique-chimie et sciences industrielles. Les outils en question ne figurent pas tous explicitement dans le programme de mathématiques : mentionnons par exemple les chapitres de ce livre consacrés au produit vectoriel et aux méthodes numériques.

Quatrième objectif : Exploiter les potentialités extraordinaires d'*Internet*, en proposant des compléments sur notre site <https://touteslesmaths.fr>. Ces compléments sont en accès libre et gratuit. Ils comprennent (liste non exhaustive) :

- Des exposés élémentaires pour faciliter l'utilisation, en physique-chimie et sciences industrielles, d'*outils mathématiques* supplémentaires qui n'ont pas pu figurer dans le corps du livre car il fallait conserver à celui-ci un volume raisonnable. Parmi ces exposés, on trouvera des présentations de l'ellipse, des séries de Fourier et de la transformation de Laplace.

- Une introduction à la théorie des champs, des intégrales doubles et triples et de l'analyse vectorielle, adaptée aux besoins de la physique.

- Une présentation pratique des courbes paramétrées, des courbes en coordonnées polaires et des coniques (ellipse, hyperbole, parabole), en vue des applications.

- Un exposé plus théorique sur les fonctions puissances, exponentielles et logarithmes, qui permet de mettre en valeur les différentes façons de développer rigoureusement une théorie mathématique.

- Des liens vers des sites Internet proposant des *animations* illustrant certains points du programme ou de brèves *biographies* des mathématiciens cités dans ce livre, avec un aperçu de leurs réalisations et influences dans l'histoire des mathématiques.

- Les programmes officiels des classes MPSI-MP2I, PCSI et PTSI.

Nous accueillerons avec plaisir toute remarque sur notre travail. Un formulaire de contact est disponible sur notre site Internet.