Toutes les mathématiques (Troisième édition)
Errata et précisions

(Mise à jour 2 Novembre 2024)

Ces errata et précisions nous ont été communiqués par Gauthier Betge (B), Jimmy Drapeau (D), Malo Fargeas (Fa), Thierry Fernandez (Fe), Patrice Goyer (G) et Vincent Kusnik (K). Nous les en remercions vivement.

Page 15, ligne 5 à partir du bas (G). Il faut lire

$$\sin x + \cos x = \sqrt{2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\sin x + \frac{1}{\sqrt{2}}\cos x\right) = \sqrt{2}\left(\cos x \cos\frac{\pi}{4} + \sin x \sin\frac{\pi}{4}\right).$$

Page 20, ligne 11 à partir du bas (G). Le "représentant" d'un nombre complexe est souvent appelé "image" de ce nombre.

Page 38, exercice 4.10 (G). Lignes 1 et 2, il faut remplacer "exprimer x', y', z' en fonction de x, y, z" par "exprimer x, y, z en fonction de x', y', z'.".

Page 43, ligne 3 à partir du bas (G). On suppose ici que $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont non nuls.

Page 45, dernière ligne (G). Il faut remplacer "Chapitre 36" par "Chapitre 37".

Page 46, ligne 3 (G). On suppose que $\overrightarrow{e_1}$, $\overrightarrow{e_2}$ et $\overrightarrow{e_3}$ sont non nuls.

Page 56, exemple 6.2 (G). Dans la ligne 5, il n'est pas obligatoire de garder le même écartement du compas. L'essentiel est en effet d'obtenir un point C situé, comme A, sur la médiatrice de $[BD]$ pour que (AC) soit perpendiculaire à (BD). Il n'est pas nécessaire que $ABCD$ soit un losange : un "cerf-volant" suffit.

Page 73, exemple 7.6 (G). Dans la deuxième ligne, remplacer "polaire" par "cartésienne".

Page 285, formule (24.4) (K). La deuxième égalité est identique à la première par suite d'un copier-coller non corrigé. Il faut lire

$$\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B},\ \ \overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}. \tag{24.4}$$

Page 304, sous-section 25.2.5 (K). Le texte qui suit la formule (25.18) est incohérent car une phrase relative aux polynômes de degré 3 est apparue ici mystérieusement et a échappé à notre attention (problème logiciel?). Il faut lire : En développant le produit, il vient $ax^2+bx+c = ax^2 - a\left(x'+x''\right)x + ax'x''$, d'où par identification des coefficients

$$x' + x'' = -\frac{b}{a} \ \text{ et } \ x'x'' = \frac{c}{a}. \tag{24.5}$$

Page 357, sous-section 29.3.1, première ligne (K). Lire "une variable h" à la place de "une variable u".

Page 465, définition 35.5 (K). Il faut lire "$B = (b_{i,j})$" à la place de "$B = (a_{i,j})$".

Page 471, dernière ligne (K). Il faut remplacer I_3 par I_2 (5 fois). Il en est de même page 472, ligne 2.

Page 523, définition 39.9 (K). Lire "du sous-espace vectoriel" à la place de "d sous-espace vectoriel".

Page 537, formule (40.1) (K). Il faut lire

$$f(\lambda u + \mu v) = \lambda f(u) + \mu f(v) \quad \text{pour tout } (u,v) \in E^2 \text{ et tout } (\lambda,\mu) \in \mathbb{K}^2. \tag{40.1}$$

Page 617, solution de l'exercice 2.8 (G). Supprimer "page précédente" après "figure 2.22".

Page 622, la solution de l'exercice 3.20 (G). Elle peut être simplifiée en écrivant, à partir de la ligne 4 de la solution :

$$S = \frac{1}{2}(n-1)\cos\alpha - \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n-1}\cos\left((2k+1)\alpha\right) = \frac{1}{2}n\cos\alpha - \frac{1}{2}\sum_{k=0}^{n-1}\cos\left((2k+1)\alpha\right).$$

En utilisant les complexes, il vient

$$\sum_{k=0}^{n-1}\cos\left((2k+1)\alpha\right) = \operatorname{Re}\sum_{k=0}^{n-1} e^{i(2k+1)\alpha} = \operatorname{Re}\left(e^{i\alpha}\sum_{k=0}^{n-1}\left(e^{i2\alpha}\right)^k\right) = \operatorname{Re}\left(e^{i\alpha}\frac{1-e^{2in\alpha}}{1-e^{i2\alpha}}\right) = 0$$

car $2in\alpha = 2i\pi$. Donc $S = \frac{1}{2}n\cos\alpha$.

Page 630, solution de l'exercice 6.6 (G). Dans la ligne 4 de la solution, il faut remplacer $CD = -AB$ par $\overrightarrow{CD} = -\overrightarrow{AB}$.

Page 635, solution de l'exercice 6.18 (G). Dans les deux dernières lignes de la question 1, on pourrait aussi dire que, dans le triangle HAK, la hauteur (AC') est aussi la bissectrice de l'angle $\widehat{A}$ d'après ce qui précède. Donc ce triangle est isocèle en A et (AC') est aussi la médiatrice de $[HK]$, ce qui prouve que $HC' = KC'$.

Page 635, solution de l'exercice 6.18 (G). Dans la ligne 5 de la question 2, remplacer $[HK]$ par $[LK]$.

Page 639, ligne 2 (solution de l'exercice 7.7, question 2) (G). Remplacer $I(1,0)$ par $I(1,1)$.

Page 640, solution de l'exercice 7.13 (G).
- *Question 5.* Le point d'intersection a pour coordonnées $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{4}\right)$.
- *Question 6.* Deuxième ligne, remplacer $<$ par $>$.
- *Question 8.* Seule la demi-droite (fermée) correspondant aux points d'ordonnée $\geq \frac{1}{4}$ est parcourue.

Page 641, solution de l'exercice 7.14 (G).
- *Ligne 1.* Remplacer y_n par y_N.
- *Ligne 2.* Remplacer $\overrightarrow{ON}$ par $\overrightarrow{OM}$.
- *Ligne 3.* Le produit scalaire est développé incorrectement, ce qui conduit à une valeur inexacte (car positive) de x_H. Il faut lire :

$$\begin{pmatrix} x_H \\ \frac{1}{\cos\theta} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \sin\theta \\ \frac{\sin^2\theta}{\cos\theta} \end{pmatrix} = 0 \Leftrightarrow x_H \sin\theta + \frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta} = 0 \Leftrightarrow x_H = -\frac{\sin\theta}{\cos^2\theta} = -\frac{\tan\theta}{\cos\theta}.$$

On peut retrouver ce résultat d'une autre manière. En effet, on voit que

$$\widehat{NOH} = \widehat{MOH} - \widehat{MON} = \frac{\pi}{2} - \left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \theta.$$

Par conséquent, dans le triangle HNO rectangle en N, on peut écrire en utilisant le résultat de la question 5

$$\tan\theta = \frac{HN}{ON} = -x_H \cos\theta \Rightarrow x_H = -\frac{\tan\theta}{\cos\theta}.$$

Page 643, solution de l'exercice 7.19 (G). On peut éviter d'utiliser la formule (9.5) en calculant les coordonnées des points d'intersection de (C) et (PM), c'est-à-dire en résolvant le système

$$x^2 + y^2 - x = 0, \qquad y = \frac{1}{2}(p-m)x + m.$$

En substituant y dans l'équation de (C), on obtient l'équation du second degré

$$\left(1 + \frac{(p-m)^2}{4}\right) x^2 + (m(p-m) - 1)\, x + m^2 = 0.$$

La droite (PM) est tangente à (C) si les deux points d'intersection sont confondus, c'est-à-dire si le discriminant $\Delta = -2m^2 - 2pm + 1$ de cette équation est nul. C'est l'équation obtenue dans la solution du livre.

Page 652, solution de l'exercice 10.3 (D). Question 1: il manque un "2" au dénominateur. Lire

$$f'(x) = \frac{2x+1}{2\sqrt{x^2+x+1}}.$$

Page 657, solution de l'exercice 10.17 (Fe). Question 2 : la méthode utilisée pour résoudre l'inéquation est trop compliquée et conduit à une erreur, car la fonction sinus n'est pas croissante si on sort de l'intervalle $\left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$. Il vaut mieux utiliser la tangente de l'arc moitié en posant

$$\tan\theta = \frac{2t}{1-t^2}, \quad \cos\theta = \frac{1-t^2}{1+t^2}, \quad \text{où } t = \tan\frac{\theta}{2}.$$

Alors $t \in]0,1[$ car $\theta \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[$ et on a après calcul

$$\frac{7}{2} + 2\tan\theta - \frac{4}{\cos\theta} > 0 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{15t^2 - 8t + 1}{t^2 - 1} > 0 \quad \Leftrightarrow \quad 15t^2 - 8t + 1 < 0.$$

On se ramène donc à étudier le signe du trinôme $f(t) = 15t^2 - 8t + 1$. Son discriminant vaut 4 et il admet donc deux racines réelles dans l'intervalle $]0,1[$, qui sont $t_1 = \frac{1}{5}$ et $t_2 = \frac{1}{3}$. Ainsi

$$f(t) < 0 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{1}{5} < t < \frac{1}{3} \quad \Leftrightarrow \quad 2\arctan\frac{1}{5} < \theta < 2\arctan\frac{1}{3}$$

car la fonction arctangente est croissante sur $\left]0, \frac{\pi}{2}\right[$. Le lapin pourra donc traverser la route sans dommage si

$$2 \arctan \frac{1}{5} < \theta < 2 \arctan \frac{1}{3}.$$

Numériquement, on a $2 \arctan \frac{1}{5} \simeq 0,39479$ rad $\simeq 22,6°$ et $2 \arctan \frac{1}{3} \simeq 0,64350$ rad $\simeq 36,9°$.

Page 667, solution de l'exercice 12.28 (B). La solution proposée est fausse. Il faut la remplacer par la suivante :
Le terme de gauche n'a de sens que si $x > 0$. On passe au logarithme pour obtenir $x^{\frac{1}{2}} \ln x = \ln\left(\frac{1}{2}\right)$. Posons $x = t^2$. L'équation s'écrit $t \ln t = \frac{1}{2} \ln\left(\frac{1}{2}\right)$. Il y a donc une solution évidente, $t = \frac{1}{2}$. Est-ce la seule ? On étudie rapidement les variations de $f(t) = t \ln t$ sur $]0, +\infty[$. La fonction f est dérivable et $f'(t) = 1 + \ln t$. Cette dérivée s'annule pour $t = \frac{1}{e}$. On en déduit les variations de f :

t	0		$1/e$		$+\infty$
f'	‖	$-$	0	$+$	
f	‖ 0	$\searrow$	$-1/e$	$\nearrow$	$+\infty$

Puisque $f(\frac{1}{e}) < 0$, ce tableau de variations montre que l'équation $f(t) = \frac{1}{2} \ln\left(\frac{1}{2}\right)$ a exactement deux solutions, une dans l'intervalle $\left]0, \frac{1}{e}\right[$, l'autre dans l'intervalle $\left]\frac{1}{e}, +\infty\right[$. On constate que les seules solutions sont $t = \frac{1}{2}$ et $t = \frac{1}{4}$, d'où $x = \frac{1}{4}$ et $x = \frac{1}{16}$.

Page 670, solution de l'exercice 13.4 (D). Question 2 : Il faut lire: $f(x + \frac{\pi}{2}) = -\cos 3x + 3\cos x$.

Page 686, solution de l'exercice 15.19 (Fa). Question 2, il faut lire :

On calcule J par parties en posant

$$u = x \text{ et } v' = \frac{x}{(1+x^2)^2} \quad \Rightarrow \quad u' = 1 \text{ et } v = -\frac{1}{2}\frac{1}{1+x^2}.$$

On obtient

$$J = \left[-\frac{1}{2}\frac{x}{1+x^2}\right]_0^{\sqrt{3}} + \frac{1}{2}\int_0^{\sqrt{3}} \frac{dx}{1+x^2} = -\frac{\sqrt{3}}{8} + \frac{1}{2}\left[\arctan x\right]_0^{\sqrt{3}} = \frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{8}.$$

Page 687, solution de l'exercice 16.5 (K). Le cas $\Delta = 0$ correspond au régime critique, et non pas au régime apériodique (avant-dernière ligne de la solution).

Page 696, solution de l'exercice 18.1 (K). Dans la solution du b), il manque un x. Il faut lire

Ainsi $y = y_g + y_p = Ae^x + xe^x = (A + x)\, e^x$.

Page 720, solution de l'exercice 22.4 (K). Remplacer q par r (ligne 3 de la solution).

Page 773, solution de l'exercice 31.6 (K). Il y a trois petites erreurs dans cette solution.

Ligne 2 : Il faut lire $f''(x) = -\frac{1}{(1+x)^2}$ (il manque un signe $-$). Noter que $f^{(3)}(x) = \frac{2}{(1+x)^3}$

Ligne 3 : Il faut lire $\ln(1+t) = t - \frac{1}{2}\int_0^t \frac{(t-x)}{(1+x)^2}dx$ (il manque $\frac{1}{2}$ en facteur de l'intégrale).

Ligne 7 : Il faut lire $\ln(1+t) = t - \frac{t^2}{2} + \frac{1}{3}\int_0^t \frac{(t-x)^2}{(1+x)^3}dx$ (il manque $\frac{1}{3}$ en facteur de l'intégrale).

Page 849, solution de l'exercice 43.2 (K). Dans la question 2, la variable D a été renommée X par erreur. Il faut lire :

2) a) On veut $P(D \leq 2) = P\left[(D = 0) \cup (D = 1) \cup (D = 2)\right]$.
Les évènements $(D = 0)$, $(D = 1)$ et $(D = 2)$ étant *incompatibles*, il vient
$P(D \leq 2) = P(D = 0) + P(D = 1) + (D = 2) = 0,05 + 0,15 + 0,2 = 0,4$.
b) On veut $P(1 \leq D \leq 3) = P\left[(D = 1) \cup (D = 2) \cup (D = 3)\right]$
$= P(D = 1) + P(D = 2) + P(D = 3) = 0,15 + 0,2 + 0,35 = 0,7$.
c) On veut $P(D > 2) = P\left[(D = 3) \cup (D = 4) \cup (D = 5)\right]$
$= P(D = 3) + P(D = 4) + P(D = 5) = 0,35 + 0,15 + 0,1 = 0,6$.
d) On cherche ici une probabilité conditionnelle :
$P_{(D \geq 1)}(D \geq 4) = \frac{P[(D \geq 1) \cap (D \geq 4)]}{P(D \geq 1)} = \frac{P(D \geq 4)}{1 - P(D=0)} = \frac{0,25}{0,95} \approx 0,263$.

Page 849, solution de l'exercice 43.5 (K). Dans la dernière ligne de la solution, il faut lire "sans remise" à la place de "avec remise". Les tirages avec remise correspondent à une loi binomiale. Du point de vue des probabilités, un tirage simultané revient au même qu'un tirage sans remise : c'est un cas limite de celui-ci lorsque l'intervalle de temps entre deux tirages tend vers zéro.